**Universidad Nacional de Ingeniería**
**Facultad de Ingeniería Mecánica**
**Área de Ciencias Básicas y Humanidades**

**16-12-06**
**P.A. 2006-2**
**Duración: 1 Hora**

# CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA
# CALCULO NUMERICO (PARTE 2)

| APELLIDOS Y NOMBRE | SECCION | NOTA |
|---|---|---|
| **S O L U C I O N A R I O** | | |

**Sólo se permite el uso de una hoja de fórmulas**

## P1

Sea la ecuación de Blasius:

$$y''' = -y\ y''$$

Con las condiciones iniciales: $y(0)=1 \quad y'(0)=2 \quad y''(0)=0$, obtener $y(0.2)$ usando Euler con $h=0.1$.

$y(0.2)$=................................

**Solución**

Haciendo el cambio de variable:

$$\begin{aligned}
&y' = z\\
&z' = w\\
&w' = -yw\\
&x_0 = 0 \quad y_0 = 1 \quad z_0 = 2 \quad w_0 = 0\\
&x_1 = x_0 + h = 0.1\\
&y_1 = y_0 + hz_0 = 1.2\\
&z_1 = z_0 + hw_0 = 2\\
&w_1 = w_0 + h(-y_0 w_0) = 0\\
&x_2 = x_1 + h = 0.2\\
&y_2 = y_1 + hz_1 = 1.4 = y(0.2)
\end{aligned}$$

## P2

Sea la ecuación diferencial:

$$y'' = 2xy' + y + \operatorname{sen} x$$

Luego del cambio de variable $y' = z$, se desea aplicar Taylor de orden 2, podemos estimar $y_{n+1}$,en términos de $x_n$, $y_n$, $z_n$ de la siguiente manera:

$$y_{n+1} = y_n + hz_n + \frac{h^2}{2}(\text{.........................................})$$

**Solución**

$$y_{n+1} = y_n + hz_n + \frac{h^2}{2}\left(2x_n z_n + y_n + senx_n\right)$$

**P3**

Si $\int_0^{0.2} \sin(bx)dx \approx \cos(0.1b)$

Fue resuelto usando la formula de newton cotes abierta para n=0, considerando un h=0.1 y b<20.
Hallar b.

Sol:……………….
Solución

$$2*0.1*sen(0.1*b) = \cos(0.1*b)$$

$$\tan(0.1*b) = 1/0.2 = 5$$

$$b = a\tan(5)/0.1$$

$$b = 13.734$$

**P4**

Hallar $\int_0^{0.2} e^{0.1x} \sin x dx$ , usando el método Romberg usando los pasos de 0.2 y 0.1.

Sol:………………….

**Solución**
I(h1=2)=0.020268
I(h1=1)=0.020218
I=0.020218*4/3-0.020268/3=0.020201

**P5**
Resolver
y’ +2y+5x=0
y(0)=1
Calcular y(0.1) y $k_{i,}$ usando el método de Runge Kutta de orden4 con h=0.1

Sol: y(0.1)=…………k1=…………. k2=…………. K3=…………. K4=………….

**Solución**
Aplicando el método de RK4
k1 = -0.2000
k2 = -0.2050

k3 = -0.2045
k4 = -0.2091
y(0.1) = 0.7953

**P6**

La regla de la cuadratura del gauss de los dos-puntos dará el mismo resultado que:

a) 1 segmento regla trapezoidal
b) Regla de Simpson 1/3
c) Integral exacta
d) 2 segmentos de la regla del trapecio

**P7**

Un científico desarrolla una fórmula aproximado para la integración como: $\int_0^1 f(x)dx \approx c_1 f(x_1)$, donde $a = 0 \le x_1 \le b = 1$

Donde los valores de $c_1$ y de $x_1$ son encontrados. Entonces esta cuadratura que resulta sería exacta para integrar:

a) $f(x) = 2$
b) $f(x) = 2 + 3x + 5x^2$
c) $f(x) = 5x^2$
d) $f(x) = 2 + 3x$

**Solución**

**$c_1$=1 y $x_1$=1/2**

**a) y d)**

**P8**

El método de Euler puede ser derivado usando los dos primeros términos de la serie de Taylor, esta obtiene el valor de $y_{i+1}$, que es el valor de $y$ en $x_{i+1}$, en términos de $y_i$ y de todas las derivadas de $y$ en $x_i$. Si $h = x_{i+1} - x_i$, la expresión explícita para $y_{i+1}$ si se usan los tres primeros términos de la serie de Taylor aplicados a la ecuación diferencial ordinaria:

$2\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-5x}, y(0) = 7$, será:

Solución

(A) $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}\left(e^{-5x_i} - 3y_i\right)h$

(B) $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}\left(e^{-5x_i} - 3y_i\right)h - \left(\frac{5}{2}e^{-5x_i}\right)\frac{h^2}{2}$

(C) $\boxed{y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}\left(e^{-5x_i} - 3y_i\right)h + \left(-\frac{13}{4}e^{-5x_i} + \frac{9}{4}y_i\right)\frac{h^2}{2}}$

(D) $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}\left(e^{-5x_i} - 3y_i\right)h - 3y_i\frac{h^2}{2}$

**P9**

Para la EDO : $2\frac{dy}{dx}+3y=e^{-5x}, y(0)=7$ , encuentre la constante L de Lipschitz del teorema de existencia y unicidad de la EDO.

L= ……………………..

Solución

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{3}{2}y+\frac{1}{2}e^{-5x}$$

$$\left|\left(-\frac{3}{2}y_1+\frac{1}{2}e^{-5x}\right)-\left(-\frac{3}{2}y_2+\frac{1}{2}e^{-5x}\right)\right|\le\left|\frac{3}{2}\right|\left|y_2-y_1\right|$$

L= $\frac{3}{2}$

**P10**

Dada la integral $\int_1^4 \frac{1}{x}dx$ , determine el número mínimo de sub-intervalos necesarios para que se obtenga el valor de la integral por el método del trapecio con un error inferior a 0.01

……………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

**Solución:**

$$M \ge \left| f''(\xi)\right|$$

$$f''(\xi)=\frac{2}{x^3},$$

Decreciente en el intervalo de integración

➔ M=2

$$2\times\frac{(4-1)^3}{12n^2}\le 0.01 \Rightarrow n^2 \ge \sqrt{450}=21.2...$$

Basta tomar n=22, primer entero que cumple

**Los Profesores**